Núm	***Concepto***	***Observaciones***
1	Pasar de ***grados*** *a* ***radianes***	Mediante una regla de tres (sabiendo que 360º valen 2 pi rad.)
2	Pasar de ***radianes*** **a** ***grados***	Mediante una regla de tres (sabiendo que 360º valen 2 pi rad.)
3	Reducir ángulos al **primer giro**	a) Si el ángulo está en grados:Se divide entre 360º y se calcula el resto de la división. b) Si el ángulo está en radianes:Se divide entre 2 pi y se calcula el resto de la división.
4	**Definiciones** de ***seno, coseno y tangente*** en un ángulo agudo (triángulo rectángulo). *Conocimientos previos:* *A) Teorema de pitágoras* *B) La suma de los ángulos de un triángulo es de 180º.*	$sen\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$ $\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa}$ $tg\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha}$
5	**Definiciones de cosecante, secante y cotangente**	Las inversas de las funciones anteriores
6	Propiedades en un ángulo agudo	$0 < sen\alpha < 1$ $0 < \cos\alpha < 1$ $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $tg^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \quad (= \frac{1}{\cos^2\alpha})$
7	Razones trigonométricas de los ángulos de 0º,30º, 45º , 60º y 90º	Conviene sabérselas de memoria. (Cuadro del final)
8	Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera (circunferencia)	Saber dibujar el ángulo y localizar los cuadrantes
9	Signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante	
10	Propiedades en un ángulo cualquiera	$-1 \le sen\alpha \le 1$ $-1 \le \cos\alpha \le 1$ $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $tg^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \quad (= \frac{1}{\cos^2\alpha})$
11	Determinación de ángulos	a) gráficamente b) numéricamente (con calculadora)

12	Relación entre las razones trigonométricas de ángulos de diferente cuadrante.	
13	Resolución de triángulos rectángulos	***ELEMENTOS*** a) Suma de los ángulos de un triángulo (180º) b) Teorema de Pitágoras c) Definiciones de las razones trigonométricas.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS

ÁNGULOS MÁS IMPORTANTES DEL PRIMER CUADRANTE

	Grados	**0º**	**30º**	**45º**	**60º**	**90º**
	Radianes	0 rad	≙ /6 rad	≙ /4 rad	≙ /3 rad	≙ /2 rad
$sen\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$

1. **Pasar de grados sexagesimales a radianes (o viceversa)**

Para pasar de grados sexagesimales a radianes (o viceversa), ***basta con hacer una simple regla de tres****, sabiendo que 180º corresponden a π radianes*

EJEMPLOS:

1) Pasar 135º a radianes
2) Pasar 12º25'32" a radianes
3) Pasar $\frac{5\pi}{4}$ rad a grados
4) Pasar 0'71 rad a grados

SOLUCIONES:

1) Se plantea la regla de tres y tenemos: $135º = \frac{135 \cdot \pi}{180} rad = \mathbf{\frac{3\pi}{4} rad}$

2) En este caso tenemos que pasar los grados minutos y segundos a grados. Para ello contamos con la tecla correspondiente de la calculadora.

$12º25'32" = 12'4255...º = \frac{12'42555...\cdot \pi}{180} rad = \mathbf{0'2169 rad}$

3) Aplicando la regla de tres (en sentido inverso) $\frac{\frac{5\cdot\pi}{4}\cdot 180}{\pi} = \frac{5\cdot\pi\cdot 180}{4\pi} = \frac{5\cdot 180}{4} = \mathbf{225º}$

4) Como antes: $\frac{0'71\cdot 180}{\pi} = \mathbf{40'68000345º = 40º40'48''}$ (Para el último paso se ha utlizado la tecla correspondiente de la calculadora)

2. **Reducir ángulos al primer giro**

Se reduce un ángulo al primer giro **dividiendo por 360º** y quedándose con el resto. En el caso de que sea negativo, se le suman 360º para convertirlo en positivo. Si el ángulo está dado en radianes, la cantidad anterior es de 2π.

EJEMPLOS:

1) Reducir al primer giro el angulo de 2348º
2) Expresar como positivo un ángulo de –234º
3) Reducir al primer giro un ángulo de 128 rad
4) Reducir al primer giro un ángulo de –4568º

SOLUCIONES:

1) Se divide 2348º entre 360º y obtenemos 6'5222222.... El resto de la divisón se calcula multiplicando 0'5222222... · 360. Así ***2348º = 188º***

2) Sumamos 360º (porque el ángulo ya pertenece a la "*primera vuelta negativa*"):
–234º + 360º = 126º; Por eso: **–234º=126º**

3) Se divide entre 2π: 128/2π=20'371832... Multiplicamos la parte decimal por 2π: 0'371832... · 2π = **2'3363 rad**

4) Sin hacer caso al hecho de que el ángulo sea negativo, lo reducimos al primer giro (como en el ejemplo 1):
4568º / 360º = 12'68888...
0'688888... · 360º = 248º

De esta forma, tenemos que –4568º = –248º

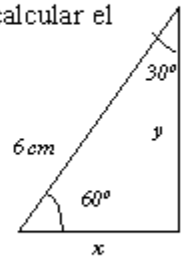
Sumamos ahora 360º, porque el nuevo valor está en la "*primera vuelta negativa*"):

–248º + 360º = 112º

De esta forma, tenemos que **–4568º = 112º**

2. *Calcular las diagonales de un rombo sabiendo que sus ángulos son 60º y 120º y que sus lados miden 6 cm.*

Tenemos cuatro triángulos rectángulos iguales al de la figura. Para calcular el lado ***y*** usamos la definición de seno y el valor del ***sen60º*** dado por la tabla.



$$sen60^\circ = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{y}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ y = \frac{6\sqrt{3}}{2}\ ;\ \boldsymbol{y = 3\sqrt{3}}$$

Análogamente: $\cos 60^\circ = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{x}{6} = \frac{1}{2}\ ;\ x = \frac{6}{2}\ ;\ \boldsymbol{x = 3}$

La diagonal mayor será el doble del lado ***y***; $\boldsymbol{D = 6\sqrt{3}}$
mientras que la diagonal menor será el doble de lado ***x***; $\boldsymbol{d = 6}$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

CUALESQUIERA

Núm	*Concepto*	*Observaciones*
	Parte primera: **Identidades trigonométricas**	
1	Razones trigonométricas de la **suma de dos ángulos**	$sen(\alpha+\beta)=sen\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot sen\beta$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-sen\alpha\cdot sen\beta$ $tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$
2	Razones trigonométricas de la **diferencia de dos ángulos**	$sen(\alpha-\beta)=sen\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot sen\beta$ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+sen\alpha\cdot sen\beta$ $tg(\alpha-\beta)=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$
3	Razones trigonométricas del **ángulo doble**	$sen(2\alpha)=2sen\alpha\cdot\cos\alpha$ $\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-sen^2\alpha$ $tg(2\alpha)=\dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$
4	Razones trigonométricas del **ángulo mitad**[1]	$sen\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$ $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$
5	Transformaciones de **sumas y diferencias en productos**	$sen\alpha+sen\beta=2\cdot sen\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ $sen\alpha-sen\beta=2\cdot\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot sen\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

		$\cos\alpha+\cos\beta=2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\cos\alpha-\cos\beta=-2\cdot sen\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot sen\frac{\alpha-\beta}{2}$
7	Transformaciones de **productos en sumas**	$sen\alpha\cdot sen\beta=\frac{1}{2}[sen(\alpha+\beta)+sen(\alpha-\beta)]$ $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$
Parte II: **Resolución de triángulos cualesquiera**		
8	Teorema **del seno**	$\frac{a}{senA}=\frac{b}{senB}=\frac{c}{senC}(=2r)$ Nota: se demuestra que la proporción existente en este teorema es igual al **diámetro de la circunferencia circunscrita.**
9	Teorema **del coseno**	$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$ y, análogamente $b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos C$
10	Resolución de un triángulo **conocidos los tres lados**	**1º** Se aplica el **teorema del coseno** para conocer un ángulo. **2º** Se vuelve a plicar el **teorema del coseno** y se conoce otro ángulo.
11	Resolución de un triángulo **conocidos dos lados y el ángulo comprendido**	**1º** Se calcula el otro lado mediante el **teorema del coseno.** **2º** Se calcula uno cualquiera de los otros ángulos mediante el

		teorema del coseno.
12	Resolución de un triángulo **conocidos dos lados y el ángulo no comprendido entre ellos**	**1º Mediante el teorema del seno** se halla uno de los otros ángulos. **2º** Para calcular los otros elementos se aplica uno cualquiera de los teoremas.

[1] Es importante tener en cuenta que **el ángulo mitad puede pertenecer a un cuadrante distinto** que el ángulo . Por eso **hay que tener en cuenta el cuadrante** al que pertenece para **elegir el signo** en la fórmula (positivo o negativo)